

Варіант 1

Завдання I (шкільного) етапу Всеукраїнських учнівських олімпіад з математики

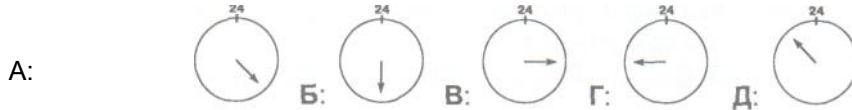
8 клас

I частина містить 5 завдань у тестовій формі. За кожне виконане завдання нараховується 0-2 бали. Загальна кількість балів – 10.

II частина містить 4 завдання з відкритою відповіддю. За кожне виконане завдання нараховується 0-5 балів. Загальна кількість балів – 20.

Максимальна сума балів – 30. Час виконання завдання – 3 астрономічні год.

1. Циферблат годинника кенгуру розділено на 24 частини, на відміну від звичайного циферблата, який поділено на 12 частин. Це означає, що маленька стрілка робить за добу лише один повний оберт. Де буде мала стрілка годинника кенгуру о 6 годині вечора?

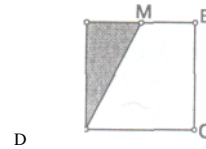


2. На конверт потрібно наклеїти марки по 4 коп. і 9 коп. Загальна вартість конвертів становить 35 коп. Скільки потрібно взяти марок по 4 коп.?

А: 1 Б: 2 В: 3 Г: 4 Д: 5

3. У квадраті ABCD точка M є серединою відрізка AB. Знайти площу квадрата ABCD, якщо площа затемненої частини дорівнює 7 см^2 ?

А: 14 см^2 Б: 21 см^2 В: 25 см^2
Г: 28 см^2 Д: 36 см^2



4. Собака в 9 разів важчий від котика, мишка у 20 разів легша від котика, а ріпка в 6 разів важча від мишки. У скільки разів собака є важчим від ріпки?

А: 30 Б: 2,7 В: 1080 Г: 15 Д: собака є легший від ріпки

5. Квадратний листок паперу розміром $10 \text{ см} \times 10 \text{ см}$ розрізали на квадратики площею 25 см^2 . Кожен утворений квадрат розрізали на два трикутники. Скільки трикутників ми отримали?

А: 5 Б: 8 В: 9 Г: 16 Д: 21

6. Розкладіть на множники $x^2 - 6x + 8$

7. В одного чоловіка спитали: «Скільки вам років?». Він відповів так: «10 років тому я був у 4 рази старший за свого сина, а через 10 років я буду лише вдвічі старший за нього». Скільки років цій людині зараз? Відповідь обґрунтувати.

8. Побудуйте графік функції $y = (x - x^2)/|x|$

9. В $\triangle ABC$ бісектриса $AE = EC$. Знайти кути $\triangle ABC$, якщо $AC = 2AB$.

Варіант 2

Завдання I (міського) етапу Всеукраїнських учнівських олімпіад з математики для учнів загальноосвітніх навчальних закладів м. Білої Церкви у 2012-2013 н.р.

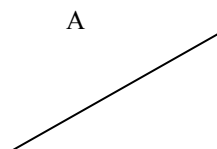
8 клас

I частина містить 5 завдань у тестовій формі. За кожне виконане завдання нараховується 0-2 бали. Загальна кількість балів – 10.

II частина містить 4 завдання з відкритою відповіддю. За кожне виконане завдання нараховується 0-5 балів. Загальна кількість балів – 20.

Максимальна сума балів – 30. Час виконання завдання – 3 астрономічні год.

1. У тебе є аркуш паперу в формі прямокутного трикутника зі сторонами 3, 4, 5. Якщо ти складеш цей трикутник по прямій лінії так, щоб С було на В, а тоді зробиш те ж саме так, щоб А було на В, ти отримаєш форму:



А: квадрата **Б:** прямокутника
В: п'ятикутника **Г:** неправильного шестикутника **Д:** ромба

2. Завданням Романа було запакувати голубі і червоні грашкові кенгуру по 5 у кожен коробку. Якби у нього було 178 іграшок одного кольору і 121 іграшка іншого кольору, скільки коробок було б йому потрібно, щоб всіх їх запакувати, не переплутавши кольорів?
А: 150 **Б:** 299 **В:** 59 **Г:** 60 **Д:** 61
3. В Антона однокласників на 7 більше, ніж однокласниць. У його класі хлопців вдвічі більше, ніж дівчат. Скільки однокласниць у Антонової однокласниці Марійки?
А: 5 **Б:** 7 **В:** 8 **Г:** 9 **Д:** 10

4. На малюнку точки K, L, M, N є серединами сторін прямокутника ABCD. Аналогічно, точки O, P, R, S є серединами сторін ромба KLMN. Яка частина площі прямокутника ABCD замальована?
А: 3/5 **Б:** 2/3 **В:** 5/6 **Г:** 3/4 **Д:** 2/7

D
K

N



A

L

5. В одному місяці три неділі припадають на парні числа. Який день тижня припадає на 20-те число цього місяця?
А: понеділок **Б:** вівторок **В:** середа **Г:** четвер **Д:** субота
6. Знайти число
 $7993 \cdot 7991 - 2009 \cdot 200$
7. Знайдіть такі три натуральних числа, сума яких дорівнює 9999, сума двох перших мінус третє дорівнює 2009, а різниця між першим і сумою другого й третього є мінімально можливим за таких умов чотирицифровим числом.
8. Побудуйте ГМТ, яке задовольняє рівнянню $|x| - |y| = 4$
9. На стороні AC рівностороннього трикутника ABC обрано точку M, а на продовженні сторони BC за вершину C – точку N, таким чином, що $BM = MN$. Доведіть, що $AM = CN$.

Відповіді.

I варіант

1 – Г

2 – Б

3 – Г

4 – Г

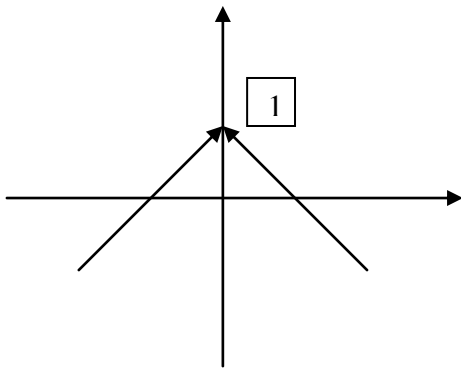
5 – Б

6 – Відповідь: $(x-2)(x+4)$ Розв'язання: $x^2 - 6x + 8 = (x^2 - 6x + 9) - 1 = (x-3)^2 - 1 = (x-3+1)(x-3-1) = (x-2)(x-4)$

7 – Відповідь: 50 років

Розв'язання: якщо батькові x років, а синові y , то можна скласти систему рівнянь: $\begin{cases} x-10=4(y-10) \\ x+10=2(y+10) \end{cases}$

8 –



9 – Відповідь: $90^\circ, 60^\circ, 30^\circ$.

Розв'язання: Проведемо $ED \perp AC$. Тоді $AD=DC=AB$ і $\triangle ABE = \triangle ADE$ за першою ознакою, звідси $\angle ABC = 90^\circ$. Далі, оскільки $AC = 2AB$, то $\angle BCA = 30^\circ, \angle BAC = 60^\circ$.

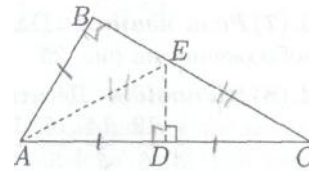


Рис. 26

II варіант

1 – В

2 – В

3 – А

4 – В

5 – В

6 – Відповідь: 79840000

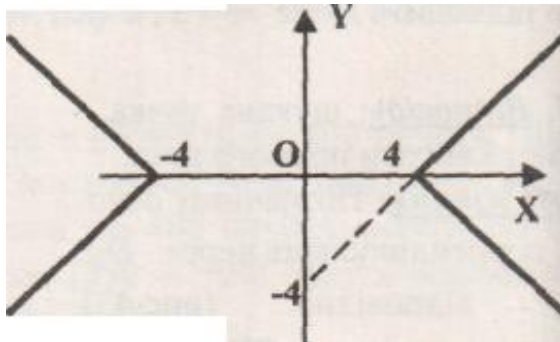
Розв'язання: При $(7992 + 1)(7992 - 1) - (2008 + 1)(2008 - 1) = (7992^2 - 1) - (2008^2 - 1) = (7992^2 - 2008^2) = (7992 - 2008)(7992 + 2008) = 7984 \cdot 10000 = 79840000$.

7 – Відповідь: 5500, 504 та 3995.

Розв'язання: Позначимо числа x, y, z . Як відомо, найменшим можливим чотирицифровим числом є 1000. Ми одержимо таку систему рівнянь:

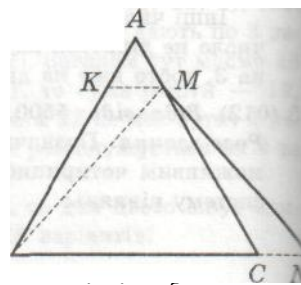
$$\begin{cases} x + y + z = 9999, \\ |x + y - z| = 2009, \\ |x - y - z| = 1000. \end{cases}$$

8 – Відповідь:



9 – Розв'язання: Проведемо відрізок MK паралельно стороні BC , де точка K лежить на стороні AB (рис.). Очевидно, що $\triangle AKM$ теж рівносторонній, бо всі кути його по 60° .

Покажемо, що $\triangle BMK = \triangle MCN$ за стороною та двома кутами. Дійсно, за умовою $BM = MN$, $\angle BKM = \angle MCN = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$. Крім того, $\angle MBC = \angle BMK$ (як кути, що утворюються при перетині паралельних прямих третьою прямою), а також $\angle MBC = \angle MNB$ (як кути при основі рівнобедреного $\triangle BMN$), тому й треті кути трикутників $\triangle BMK$ і $\triangle MCN$ також збігаються. Отже $CN = KM = AM$, що и треба було довести.



В